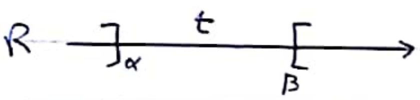
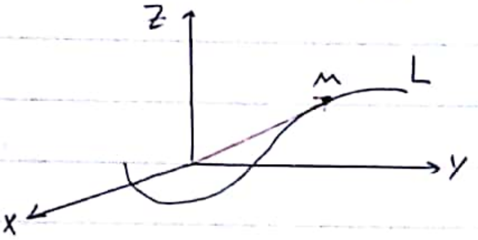
الفصل الأول: 1- مدخل إلى مفهوم المنحنيات. 2- نظرية السطوح.
3- مدخل إلى التوزيع التنسوري. 4- بعض المفاهيم الهامة في المنطويات التفاضلية.





تعريف المنحني الأولي: هو مجموعة نقاط الفضاء الناتجة عن صورة المجال ما من $\mathbb{R}$ وفق تطبيق تبولوجي.

المنحني البسيط: مجموعة نقاط الفضاء المترابطة (المنحني أولي) بحيث لكل نقطة من نقاطه يوجد جوار، ومجموعة نقاط الفضاء المنتمية له تشكل منحنياً أولياً.
بكلام آخر: المنحني البسيط هو اجتماع مترابط لمنحنيات أولية.

التمثيل الوسيطي للمنحني: ليكن L منحنياً أولياً معرفاً على المجال $]\alpha,\beta[$ عندئذٍ لكل نقطة M من L توجد نقطة $t \in]\alpha,\beta[$ بحيث $\vec{M}=\vec{r}(t)$ حيث r هو التطبيق التبولوجي الذي يصور المجال $]\alpha,\beta[$ بنقاط المنحني L

$$\vec{r} :]\alpha,\beta[\longrightarrow L$$
$$t \longmapsto \vec{r}(t)$$

وللنقطة M احداثيات في الفضاء $\mathbb{R}^3$ هي $(x(t), y(t), z(t))$
تسمى الدوال المستمرة $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$; $t \in]\alpha,\beta[$

المعادلات الوسيطية للمنحني L: نفرض O نقطة مثبتة في الفضاء $\mathbb{R}^3$ وإذا وصلنا بين نقطة ما M من L والنقطة O نحصل على المتجه $\vec{OM}=\vec{M}$ والذي يسمى متجه الموضع للنقطة M ويرمز له بدلالة الوسيط t على النحو $\vec{M}=\vec{r}(t)$ وعندما تأخذ t جميع قيم المجال $]\alpha,\beta[$ فإن النقطة M ترسم المنحني L، وتسمى المعادلة

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k}$$

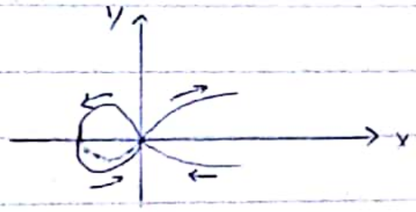
المعادلة المتجهة للمنحني L.

/ /

مثال: المنحني المعطى بالمعادلتين الوسيطيتين : $x(t) = a\cos t$, $y(t) = a\sin t$
حيث $t \in [0, 2\pi]$ يمثل دائرة واقعة في المستوي XOY نصف قطرها a
ويسمى منحني مستوٍ.

مثال2: المنحني المعطى بالمعادلتين

$$x(t) = a\frac{t^2-1}{t^2+1} \quad , \quad y(t) = at\frac{t^2-1}{t^2+1} \quad ; \quad t \in]-\infty, +\infty[$$



ويمثل منحني الاستروفويد.

والتي بفرض $t=1$, $t=-1$ فإن
$x(1) = y(1) = 0$
وبالتالي المنحني ليس بسيطاً.

ملاحظة: يكفي كي يكون المنحني L بسيطاً أن تكون الدالتان $x(t), y(t)$ متباينتين.
" يكفي شرط التباين عن شرط التقابل ".

المنحني المعرف بتقاطع سطحين: ليكن $F_1(x,y,z)=0$, $F_2(x,y,z)=0$
سطحين في الفضاء $\mathbb{R}^3$. نسمي الجملة

$$L = \begin{cases} F_1(x,y,z)=0 \\ F_2(x,y,z)=0 \end{cases}$$

(تقاطع السطحين) منحنياً فضائياً، وأي نقطة من نقاطه تحقق معادلة السطحين معاً (الحل المشترك لجملة المعادلتين).

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial y} & \frac{\partial F_1}{\partial z} \\ \frac{\partial F_2}{\partial y} & \frac{\partial F_2}{\partial z} \end{vmatrix} \neq 0$$

عندئذٍ يمكن كتابة المتحول x بدلالة المتحولين y و z بالشكل:
$x = \varphi(y)$, $x = \phi(z)$

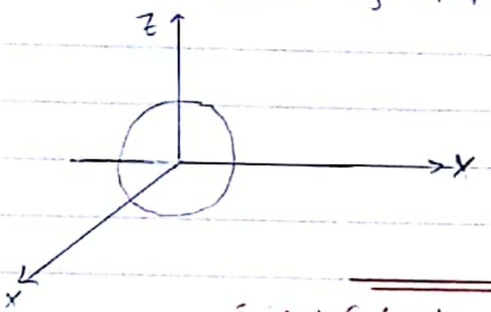
وفي هذه الحالة يكون المنحني L منحنياً بسيطاً معادلاته الوسيطة:

$$x = t \quad , \quad y = \varphi^{-1}(t) \quad , \quad z = \phi^{-1}(t)$$

مثال: المنحني الناتج عن تقاطع الكرة $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$
مع الاسطوانة $x^2 + y^2 - ax = 0$

إذا فرضنا $x = t$ فتكون المعادلات الوسيطة لمنحني منحنيان هي:

$$x = t \quad , \quad y = \mp\sqrt{at - t^2} \quad , \quad z = \mp\sqrt{a^2 - at}$$

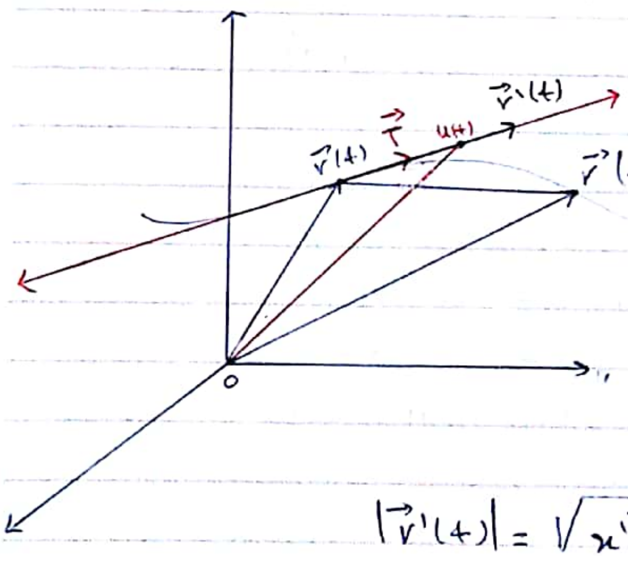


المحاضرة الثانية

الأحد 8 / 10 / 2017

المتجه المماس لمنحني: ليكن $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ منحني في الفضاء الثلاثي $\mathbb{R}^3$. نسمي المتجه

$$\vec{r}'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$



متجه المماس للمنحني $\vec{r}(t)$ في النقطة الموافقة للوسيط t ويكتب بالشكل:

$$\vec{r}'(t) = x'(t)\vec{i} + y'(t)\vec{j} + z'(t)\vec{k}$$

ويعبر عن مشتقة متجه الموضع للدالة $\vec{r}(t)$ في النقطة الموافقة للوسيط t.

ويبرهن أن الشرط والكافي كي تكون $\vec{r}'(t)$ موجودة هو أن تكون الدوال $x'(t)$, $y'(t)$, $z'(t)$ موجودة.

نسمي العدد الموجب:

$$|\vec{r}'(t)| = \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t) + z'^2(t)}$$

طويلة متجه المماس.